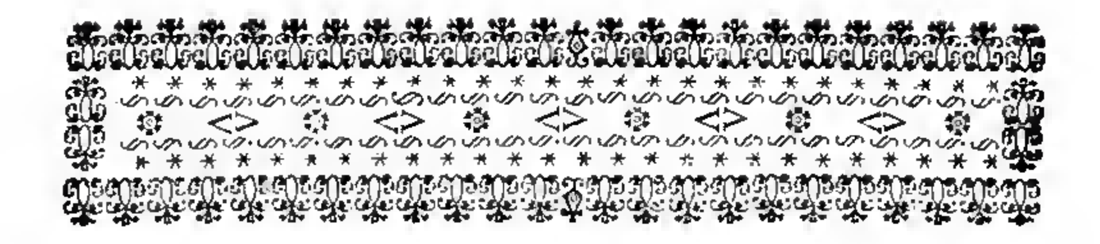


RECHERCHES
SUR L'ORIGINE DES FORCES,
PAR M. EULER.

I.

C'est une propriété générale de tous les corps, que personne ne révoque plus en doute, que chaque corps considéré en lui-même demeure constamment dans le même état, ou de repos ou de mouvement. Car un corps étant une fois en repos, on convient qu'il doit demeurer toujours en repos, & s'il arrive qu'il commence à se mouvoir, on est d'accord que ce changement est produit par une cause, qui est étrangere à ce corps, ou qui ne se trouve pas dans le corps même; de sorte que, si cette cause n'étoit pas survenue, le corps seroit demeuré indubitablement dans son état de repos. Il en est de même, si le corps a été mis par une cause quelconque dans un état de mouvement; car alors, à moins qu'il ne soit assujetti à l'action de quelque cause étrangere, il conservera toujours ce même mouvement, ou il avancera sans cesse avec la même vitesse selon la même direction. Et si un tel corps dans son mouvement changeoit ou de vitesse ou de direction, il est certain qu'il n'en faudroit pas chercher la cause dans le corps même, mais hors de lui, en quelque endroit qu'elle puisse se trouver.

 II. En

II. En effet ſi nous ne conſidérons qu'un ſeul corps, en ſuppoſant que tout le reſte du monde ſoit anéanti, & que ce corps exiſte tout ſeul dans l'eſpace vuide & infini, la vérité de ce que je viens d'avancer ſur la conſervation de l'état, ſautera d'abord aux yeux. Car, quoiqu'on puiſſe objecter contre la ſuppoſition que je fais, & contre l'eſpace vuide, que je ſuppoſe reſter après l'anéantiſſement de tous les autres corps, les concluſions que je m'en vais tirer, n'en feront pas moins ſeures. Car je n'imagine ce cas que pour mettre le corps à l'abri de toutes les cauſes étrangeres, qui pourroient agir ſur lui; & comme ces cauſes ſe trouvent hors du corps que je veux conſidérer, rien n'empêche, que je faſſe abſtraction de ces cauſes étrangeres, ou que je les ſuppoſe anéanties. C'eſt pourquoi il reviendra au même de laiſſer exiſter tous les autres corps, pourvû qu'on les regarde comme depouillés de toutes forces, par lesquelles ils pourroient agir ſur le corps en queſtion.

III. Ce corps donc étant garanti de l'action de toute force étrangere, ſoit que tous les autres corps ſoient anéantis, ou qu'ils ſe trouvent hors d'état d'agir ſur ce corps, ſi ce corps dans ces circonſtances eſt en repos, il n'y a aucun doute, qu'il ne demeure éternellement en repos, puisqu'il ne ſe trouve nulle part la moindre raiſon, pourquoi il devroit commencer à ſe mouvoir. Et la même raiſon nous oblige à ſoutenir, que ſi ce corps avoit quelque mouvement, il devroit continuer ſans ceſſe ce mouvement avec la même viteſſe & ſelon la même direction. Car on ne peut pas ſuppoſer à ce corps un mouvement déterminé, ſans qu'il parcoure avec ce mouvement un eſpace tant ſoit petit: & comme il a à chaque point de cet eſpace le même mouvement, il y a partout la même raiſon, pourquoi il doit paſſer outre de même maniere; de ſorte qu'il ne pourra jamais changer ni de viteſſe, ni de direction.

IV. Or, tant qu'un corps ou demeure en repos ou ſe meut d'un mouvement uniforme ſelon la même direction, on dit dans l'un & l'autre cas, que le corps demeure dans le même état. Dans ce ſens donc on

on connoit l'état d'un corps, lorsqu'on ſait, ou qu'il eſt en repos, ou qu'il ſe meut avec une certaine viteſſe ſelon une certaine direction: & partant c'eſt une proprieté eſſentielle à tous les corps de ſe conſerver dans leur état, & de n'y ſouffrir aucun changement, tandis qu'ils ne ſont pas aſſujettis à l'action de quelque cauſe étrangere. Auſſitot donc qu'il arrive le moindre changement dans l'état d'un corps, ſoit de repos ſoit de mouvement, il eſt bien ſeur, que la cauſe de ce changement n'eſt pas dans le corps, mais plutôt dans quelque ſujet exiſtant hors de lui; de ſorte que ſi cette cauſe n'avoit pas agi ſur le corps, il ſeroit reſté perpetuellement dans le même état, dans lequel il eut été mis une ſois.

V. A cette proprieté des corps, par laquelle ils affectent de demeurer dans le même état, on donne le nom d'*inertie*; & partant l'inertie eſt un attribut eſſentiel à tous les corps, de ſorte qu'il ſeroit impoſſible, qu'il y eut des corps dépourvûs de cette propriété. Quoique ce mot d'inertie ſoit aſſés propre pour marquer cette qualité d'un corps repoſant, par laquelle il demeure en repos, il ne ſemble pas ſi propre à marquer le principe, par lequel un corps, qui ſe trouve en mouvement, perſévére dans le même état; puisqu'on eſt accoutumé de regarder la continuation du mouvement comme une action, & que le mot d'inertie dans ſa ſignification naturelle marque une oppoſition à toute action. Or, puisque c'eſt le même principe par lequel un corps étant en repos demeure en repos, & par lequel un corps mis en mouvement conſerve ce mouvement avec la même viteſſe & ſuivant la même direction, il eſt raiſonnable d'impoſer à ce principe le même nom, tant pour l'un que pour l'autre cas. Il faut donc lier avec ce nom un tel ſens, qui marque une averſion pour tout changement.

VI. Ayant fixé cette idée de l'inertie, il eſt clair que toutes les fois qu'un corps change d'état, la cauſe de ce changement ſe doit trouver hors du corps. Ainſi, ſi un corps qui a été jusqu'ici en repos, commence à ſe mouvoir, ce corps même n'en renferme pas la

cauſe, mais il eſt bien ſeur, qu'elle ſe trouve quelque part hors de lui. De même, ſi un corps en mouvement commence à changer ou de viteſſe ou de direction, la cauſe lui eſt infailliblement étrangere, & ſubſiſtera dans quelqu'autre ſujet : de ſorte que, ſi cette cauſe n'avoit pas agi ſur le corps, il ſeroit reſté dans ſon état, ou de repos dans le premier cas, ou de mouvement dans l'autre, ſans qu'il eut jamais changé ni de viteſſe ni de direction. Par conſéquent ce ſeroit contre la nature des corps, ſi l'on vouloit ſoutenir, que les corps euſſent quelque penchant pour ſe mouvoir étant en repos, ou pour parvenir à l'état de repos lorsqu'ils ont reçu quelque mouvement; & partant il faut bannir de l'idée des corps, toutes les qualités contraires à l'inertie priſe dans le ſens, que je viens d'établir.

VII. Si l'on excepte quelques Philoſophes, qui ont des ſentimens peu juſtes ſur le mouvement, tous les autres, & ſurtout ceux qui ont joint à leurs ſpéculations Philoſophiques une connoiſſance ſuffiſante de la Mécanique, tombent d'accord ſur cet article de l'inertie. Et même ceux qui ſoutiennent une attraction univerſelle comme une propriété eſſentielle aux corps, n'en disconviennent point. Car ſi deux corps éloignés à une diſtance quelconque commencent à s'approcher l'un de l'autre, ils ne diſent pas que la cauſe, pourquoi l'un de ces deux corps commence à ſe mouvoir, ſe trouve dans ce même corps, mais plutot dans l'autre, de ſorte que ſi cet autre n'avoit pas exiſté, celui-là ſeroit demeuré toujours en repos. Ainſi, ſelon le ſentiment auſſi de ces Philoſophes, la cauſe de tout changement d'état dans les corps réſide hors d'eux & leur eſt étrangere.

VIII. Toute cauſe qui eſt capable de changer l'état d'un corps s'appelle *force*: & partant, lorsque l'état d'un corps change, ſoit que du repos il commence à ſe mouvoir, ou qu'étant déjà en mouvement, il change ou de viteſſe ou de direction, ce changement vient toujours d'une force, & cette force ſe trouve hors du corps dans quelque autre ſujet, quel qu'il ſoit. Car je ferai voir dans la ſuite la véritable ſource de toutes les forces, par lesquelles l'état des corps du monde eſt

eſt altéré continuellement. Maintenant je me contente d'avoir montré, que la force, qui cauſe quelque changement dans l'état d'un corps, n'a point lieu dans ce corps même, mais qu'on la doit néceſſairement chercher dans quelque autre ſujet.

IX. A l'occaſion de cette définition du terme de force, je remarque, que c'eſt très mal à propos, que quelques uns nomment l'inertie la force d'inertie. Car, puisque l'effet de l'inertie conſiſte dans la conſervation du même état, & que celui des forces tend à changer l'état des corps, il eſt evident que ces deux effets ſont directement contraires entr'eux, & que l'inertie marque plutot une choſe tout à fait oppoſée à l'idée des forces. Cette remarque paroit d'autant plus néceſſaire, que cette dénomination ſi peu juſte n'a pas peu contribué à brouiller la théorie des premiers principes des corps & du mouvement. Car dans la plupart des Livres qui traitent de cette matière, on trouve tant d'obſcurités & de contradictions, qu'on eſt obligé de leur renoncer tout à fait, lorsqu'on veut s'appliquer avec ſuccés à l'étude de la Mécanique: tant il s'en faut que ces Livres renferment les premiers fondemens de cette Science.

X. Or, malgré l'inertie, ou cette propriété générale des corps, en vertu de laquelle chacun tâche de ſe conſerver dans ſon état, nous voyons toujours, que tous les corps, qui tombent ſous nos ſens, changent continuellement de leurs états, & il ſemble impoſſible de trouver aucun corps, qui demeure tant ſoit peu de tems en repos, ou qui continue ſon mouvement avec la même viteſſe & ſelon la même direction. D'où il s'enſuit néceſſairement, que tous ces corps ſont ſans ceſſe aſſujettis à l'action de quelques forces, & que chaque corps ſe trouve ſollicité par quelque force, qui ſubſiſte hors de lui. C'eſt auſſi à quoi aboutiſſent toutes les recherches de la Mecanique, où l'on s'applique principalement à deux choſes: l'une, les forces qui agiſſent ſur un corps étant données, de déterminer le changement qui doit être produit dans ſon mouvement: l'autre, de trouver les forces mêmes, lorsque les changemens, qui arrivent aux corps dans

leur état, ſont connus. Ainſi, par exemple, ſi un corps celeſte demeuroit en repos, ou qu'il avançât d'un mouvement uniforme ſuivant la même direction, il ſeroit ridicule d'en demander la raiſon, puisqu'elle ſeroit contenuë dans la nature de ce corps même. Mais, dès qu'on remarque des irrégularités dans le mouvement d'un corps, ſoit que ſa viteſſe ou ſa direction, ou toutes les deux, ſubiſſent des changemens, alors on eſt en droit d'en demander la cauſe, étant bien ſeur, que c'eſt quelque force, qui ſubſiſte hors de ce corps.

XI. Pour trouver donc la veritable origine de ces forces, dont nous voyons que le monde eſt rempli, examinons ſoigneuſement quelques cas, où les corps ſont obligés de changer d'état; & peſons exactement toutes les circonſtances qui s'y trouvent jointes, pour en déterrer celle, qui puiſſe contenir la ſource des forces, qui cauſent ce changement d'état. Conſidérons donc d'abord deux corps A & B, dont l'un A ſoit en repos, & l'autre B en mouvement, en ſorte qu'il dirige ſon cours vers le premier A. Cela poſé, on ſait que dès que le corps B vient à atteindre le corps A, l'état de l'un & de l'autre ſe change ſubitement, & que le corps A, qui a auparavant été en repos, reçoit quelque mouvement, & que le mouvement du corps B en devient diminué. J'enviſage ici ce cas en général, ſans déterminer ſi les corps ſont élaſtiques, ou dépourvus de tout reſſort; car l'effet que je viens d'indiquer eſt commun à l'une & l'autre eſpece des corps. On peut encore ſuppoſer que ces deux corps ſont à peu près égaux entr'eux, afin qu'il n'y reſte le moindre doute ſur le changement d'état de tous les deux corps à la fois; car, ſi l'un étoit incomparablement plus grand que l'autre, on pourroit penſer que le plus grand ne ſouffre aucun changement, puisque ſon changement cauſé par le choc ſeroit extrémement petit, & à peine à remarquer. Mais en tout cas il ſuffit de ſavoir, qu'au moins l'un de ces deux corps change d'état.

XII. Et d'abord je demande, pourquoi tous ces deux corps ne demeurent pas dans leur état, c'eſt à dire, pourquoi le corps A ne demeure pas en repos, & pourquoi le corps B ne continuë pas ſon mouve-

mouvement avec la même viteſſe & ſelon la même direction, comme leur inertie l'exigeroit? Or la réponſe à cette demande ſera d'abord prête: on dira que le choc ou le concours de ces deux corps ne permet pas, que l'un & l'autre conſerve ſon état; car ſi le corps A demeuroit en repos, l'autre B ne ſauroit continuer ſon mouvement, ſans qu'il paſſât au travers du premier; or que cela étoit impoſſible à cauſe de l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de nos corps. Et partant on convient, que ſi un de ces corps, ou tous les deux n'étoient pas impénétrables, ou que l'un accordât à travers de lui un paſſage entierement libre à l'autre, alors aucun de ces deux corps ne ſouffriroit le moindre changement dans ſon état; puiſque l'un & l'autre pourroit continuer à reſter dans ſon état, ſans que l'un y fut empêché par l'autre.

XIII. Voilà donc déjà une circonſtance bien remarquable, ſavoir l'impénétrabilité, qui étant en cauſe, que nos deux corps ne peuvent pas pourſuivre leur état, doit contenir probablement la cauſe du changement, qui arrive dans le choc; elle demande donc dans cette recherche toute l'attention poſſible. Or l'impénétrabilité eſt de l'aveu de tous les Philoſophes une propriété auſſi générale & auſſi eſſentielle à tous les corps que l'étenduë, ou l'inertie; cependant il me ſemble que la plûpart n'ont pas aſſés exactement fixé l'idée, que nous devons avoir de cette propriété. Car quand on dit, que tous les corps ſont impénétrables, il ne faut pas croire, que par exemple une éponge, entant qu'elle ſe laiſſe pénétrer par de l'eau, y faſſe une exception; puiſqu'on ſait, que ce ne ſont pas les particules de l'éponge que l'eau pénétre, mais les pores, qui, quoiqu'ils ſoient remplis d'air ou d'une autre matiere, permettent à l'eau l'entrée à meſure que la matiere, qui y étoit logée, s'en va. Cet exemple peut ſervir à lever pluſieurs doutes, qu'on pourroit faire ſur la généralité de cette qualité des corps.

XIV. De là il eſt clair, que l'impénétrabilité eſt une telle propriété des corps, en vertu de laquelle un corps étant dans un lieu,

 entant

entant qu'il occupe ce lieu, ne ſouffre pas qu'un autre corps occupe ce même lieu en même tems. La condition, que j'ai inſérée dans cette définition, contenuë en ces termes : *entant qu'il occupe ce lieu*: la met à l'abri des objections qu'on pourroit faire; car, lorsque l'eau entre dans les pores d'une éponge, l'eau n'occupe pas le lieu, que l'éponge occupe actuellement, mais elle ſuccede dans les eſpaces, qu'une autre matiere avoit occupée auparavant, & qui en eſt ſortie à l'entrée de l'eau. De la même maniere, lorsque les rayons de lumière paſſent à travers du verre ou d'un autre corps transparent, ou lorsqu'on dit que l'ether, ou quelqu'autre matiere ſubtile, traverſe librement les corps, on comprend aiſément, que cet effet n'eſt pas contraire à l'impénétrabilité des corps ; puisque ce ne ſont pas les particules propres de ces corps, mais leurs pores, qui permettent le paſſage à ces matieres ſubtiles.

XV. Pour mieux faire ſentir, que l'impénétrabilité convient à tous les corps, & qu'elle en eſt même une proprieté eſſentielle, de ſorte que des êtres étendus, & même doüés de l'inertie, s'ils n'avoient pas cette propriété, ne mériteroient pas même le nom de corps; je remarque qu'un corps dépouillé de l'impénétrabilité, s'il étoit poſſible, ne feroit plus capable de frapper nos ſens, & de nous porter par là à la connoiſſance de ſon exiſtence. Car premiérement il eſt clair, que laiſſant un libre paſſage à tous les corps, qui y frappent, nos mains y paſſeroient à travers ſans rien ſentir, & les rayons de lumière y trouvant auſſi un libre paſſage n'exciteroient pas dans leur ſurface cette clarté requiſe pour les rendre viſibles à nos yeux. Pour les autres ſens il eſt pareillement évident, qu'ils ne ſauroient recevoir d'un tel corps la moindre impreſſion.

XVI. Mais de plus, quand même il y auroit de tels corps parfaitement pénétrables, en quoi ſeroient-ils differens de l'idée, que nous avons d'un eſpace vuide ? On ne pourroit pas dire, qu'ils occupaſſent quelque lieu, puisque ce même lieu pourroit être occupé par d'autres corps, ſans que ceux-là le quittaſſent. Enſuite les parties

ties de ces corps étant aussi parfaitement pénétrables, rien n'empêcheroit, qu'on ne les réduisit dans un même lieu: car étant pénétrables, ni la dureté, ni la roideur, ne leur pourroit convenir. Ainsi un tel corps se laisseroit réduire dans un aussi petit espace, qu'on voudroit, & même dans un point, ou à rien; de sorte que ce seroit un vrai anéantissement: & après avoir été reduit de cette façon à rien, il seroit difficile de dire en quoi il seroit different dans cet état de celui, où on l'a conçu auparavant; par conséquent ces sortes de corps ne différeroient en aucun égard d'un vrai rien.

XVII. De là il est clair, combien il appartient à l'essence des corps d'être impénétrables, puisque sans cette propriété ils ne seroient capables d'occuper aucun lieu; & quand même on les concevroit dans un espace, il n'y auroit aucune difference entr'eux & un espace vuide. Cette considération me conduit aussi à remarquer, que la pénétrabilité dans le sens, qu'on la doit entendre, n'est pas susceptible de dégrés, de sorte qu'on ne sauroit dire, qu'un être fut plus ou moins pénétrable qu'un autre. Car, dès qu'il n'est pas entiérement impénétrable, il est pénétrable, & les raisons alleguées contre la réalité des êtres tout à fait pénétrables, prouveront aussi que la partie, qu'on conçoit pénétrable, est destituée de realité; de sorte qu'il ne resteroit pour la constitution du corps que la partie tout à fait impénétrable. Ainsi l'impénétrabilité des corps consiste dans une impossibilité absoluë de se laisser pénétrer; ou il est impossible que deux corps, ou seulement deux de leurs moindres particules, existent à la fois dans le même lieu.

XVIII. Après ces réfléxions sur l'impénétrabilité, retournons à la considération des deux corps A & B, dont celui-cy B rencontre dans son mouvement l'autre A que nous supposons en repos. Et puisque nous avons vû, qu'à la rencontre même il est impossible que l'un & l'autre demeure dans son état, à cause de l'impénétrabilité, il s'agit de déterminer, d'où vient la force qui produit ce changement d'état, qui doit nécessairement arriver. Car à cause de l'inertie il n'y

a aucun doute, que ce changement ne provienne d'une certaine cause; & toute cause capable de changer l'état des corps, est comprise sous le nom de force. Posons donc cette alternative; ou cette force est nécessairement liée avec l'impénétrabilité, ou elle en est séparable. Dans ce dernier cas donc l'impénétrabilité pourroit subsister sans cette force; or abolissant cette force, ou la cause du changement d'état dans nos corps, son effet devroit aussi cesser, & partant l'un & l'autre corps devroit demeurer dans son état. Mais cela étant impossible, puisque les corps se devroient pénétrer, il s'ensuit nécessairement, que la force en question est absolument liée avec l'impénétrabilité, & qu'elle n'en est nullement séparable.

XIX. Aussi-tot donc qu'on reconnoit l'impénétrabilité des corps, on est obligé d'avoüer que l'impénétrabilité est accompagnée d'une force suffisante, pour empêcher la pénétration. Et en effet s'il est impossible que les corps se pénétrent, il faut qu'il y ait des obstacles insurmontables, qui s'opposent à la pénétration; & si la pénétration ne sauroit être évitée, sans que les corps ne changent d'état, il faut qu'il se trouve dans les corps mêmes, entant qu'ils sont impénétrables, des forces suffisantes pour produire ce changement d'état, sans lequel l'impénétrabilité ne sauroit subsister. Ce seroit donc une contradiction ouverte de soutenir, que les corps sont impénétrables, & de leur refuser en même tems les forces, qui soient absolument nécessaires pour maintenir l'impénétrabilité, & pour s'opposer à la pénétration.

XX. Entant donc que les corps sont impénétrables, ils sont aussi doüés de forces nécessaires pour le maintien de cette propriété: & sans ces forces il seroit même impossible de se former une idée de l'impénétrabilité; de sorte que c'est l'impénétrabilité, qui est la premiére source des forces, qui subsistent dans le monde, & qui produisent une infinité de changemens dans l'état des corps. Or ces forces ne se déployent que lorsqu'il s'agit de prévenir la pénétration; car, tant que les corps peuvent persévérer dans leur état, ou de repos ou de

mouve-

mouvement, fans que leur impénétrabilité en foit attaquée, il n'arrivera aucun changement dans leur état, tout comme fi les forces jointes à l'impénétrabilité n'exiftoient point. Mais lorsque les corps ne fauroient demeurer dans leur état fans fe pénétrer les uns les autres, c'eft alors que les forces de l'impénétrabilité agiffent, en changeant l'état des corps, autant qu'il faut pour empécher toute pénétration.

XXI. Nous voyons par là, quelle idée nous devons nous former de ces forces, dont l'impénétrabilité des corps eft néceffairement accompagnée; & qu'on doit bien prendre garde de les ranger fous la définition, que quelques Philofophes donnent des forces en général, quand ils difent, qu'une force eft un effort continuel de changer d'état. Car premiérement ces forces, que nous venons de découvrir, n'agiffent pas continuellement, mais feulement alors, quand les corps en continuant leur état fe devroient pénétrer mutuellement. Enfuite le changement d'état, qu'elles produifent n'en eft qu'un effet indirect, puisque leur effet principal confifte dans le maintien de l'impénétrabilité, & qu'elles ne changent l'état des corps, qu'entant qu'il le faut pour empécher la pénétration. Donc, quoique l'exiftence de ces forces de l'impénétrabilité foit démontrée, nous fommes encore en droit de nier hardiment, qu'il ne fe trouve point dans les corps des forces telles, que nous décrivent ces Philofophes; qui femblent avoir manqué en ce qu'ils ont voulu définir une chofe, avant que de l'avoir fuffifamment connuë.

XXII. Or quand nous nommons force, toute caufe qui eft capable de changer l'état des corps tant de repos que de mouvement, cette définition convient parfaitement bien aux forces, dont l'impénétrabilité des corps eft revêtuë. Car premiérement ces forces ne changent pas perpetuellement l'état des corps, & elles n'ont pas même un effort pour produire un tel changement, tandis que l'impénétrabilité ne fouffre aucune atteinte. Enfuite, on n'en peut dire que ce qu'elles font feulement capables de caufer quelque changement dans l'état des corps, puisqu'elles ne produifent aucun effet, que lorsque les corps

ſe trouvent dans un tel état, qu'ils ne ſauroient y demeurer, ſans qu'ils ſe pénétraſſent les uns les autres : de ſorte que ce n'eſt que dans ces cas, qu'on pourroit dire, que ces forces agiſſent effectivement, & alors même elles n'agiſſent, qu'autant qu'il faut pour garantir les corps de pénétration.

XXIII. Il ſe trouve ici encore une autre circonſtance, qui paroitra bien étrange; c'eſt que ces forces regardées en elles-mêmes ne ſont pas déterminées ni par rapport à la quantité, ni à la direction: ou plutot s'il eſt impoſſible que quelque choſe exiſte, qui ne ſoit pas entiérement déterminé, il faut dire que ces forces mêmes n'exiſtent pas, que lorsque le cas exiſte, où elles ſont obligées d'agir pour prévenir la pénétration: ce n'eſt donc que dans ces cas, qu'elles méritent le nom de force; & hormis ces cas, elles ne ſont qu'un attribut de l'impénétrabilité. Mais dès que le cas arrive, que deux corps en continuant leur état ſe devroient pénétrer, auſſi-tot ces forces commencent à agir, & à changer l'état des corps autant qu'il faut pour les mettre à l'abri de la pénétration: & dès qu'il n'y a plus de danger, qu'ils ſe pénétrent, les corps continueront l'état, où ils auront été réduits par l'action de ces forces, & il n'en reſtera plus rien, d'où l'on pourroit juger, que ces forces ſubſiſtaſſent encore, ſi ce n'eſt l'impénétrabilité même.

XXIV. Puisqu'un corps, qui exiſteroit tout ſeul, pourroit toujours demeurer dans ſon état ou de repos ou de mouvement, ces forces de l'impénétrabilité ne produiroient jamais le moindre effet, & ce ſeroit tout comme ſi elles n'exiſtoient pas. Ainſi d'un corps regardé en lui-même, on ne ſauroit dire, qu'il étoit doüé d'une telle force; & comme ces forces ne ſe manifeſtent qu'à la rencontre de deux ou pluſieurs corps, où il s'agit d'empecher leur pénétration, il eſt clair que ces forces ſont l'effet de l'impénétrabilité, non d'un ſeul corps, mais de tous les deux à la fois; car, ſi l'un ſeulement étoit pénétrable, il n'arriveroit aucun changement dans tous les deux. D'où il s'enſuit que ces forces, dont nous voyons l'effet dans le choc des corps, réſultent également de l'un & de l'autre de ces corps, & qu'il en nait

alors

alors une feule force, qui opére le changement d'état dans l'un & l'autre. Et partant, tant que nous ne confidérons qu'un feul corps, on ne fauroit lui attribuer rien, qui reffemblât à ces forces, & encore moins pourroit-on dire, que ce corps eût une force déterminée.

XXV. Pour parler donc plus précifément, il faut dire qu'à la rencontre de deux corps, qui fe pénétreroient s'ils continuoient à demeurer dans leur état, il nait de l'impénétrabilité de l'un & l'autre à la fois une force qui en agiffant fur les corps, change leur état: & de plus, que cette force eft à chaque moment d'une telle quantité & direction précifément qu'il faut pour empêcher la pénétration, de forte que lorsqu'une petite force fuffit à cet effet, il ne fe trouve auffi que cette petite force, qui agit fur les corps. Or fi pour empêcher la pénétration, il faut une force quafi infinie, on doit convenir que l'impénétrabilité des deux corps fourniroit auffi dans ce cas une force infiniment grande. Car, puisqu'il eft abfolument impoffible que les corps fe pénétrent, il faut qu'il fe trouve toujours une force capable, quelque grande qu'elle dût être, pour détourner les corps de la pénétration. Ainfi l'impénétrabilité des mêmes corps eft capable de fournir des forces tantôt extrémement grandes, tantôt fort petites, felon que les circonftances l'exigent.

XXVI. Pour empêcher que deux corps, qui fe rencontrent, ne fe pénétrent, il faut produire dans leur état un certain changement, & ce changement fe doit faire dans un certain tems; & c'eft de là que la force tire fa détermination tant par rapport à la quantité, qu'à la direction. Car il eft d'abord clair, que la force ne fauroit être plus petite, qu'elle ne feroit pas fuffifante à prévenir la pénétration; mais on pourroit dire que rien n'empêcheroit que la force ne fut plus grande. Mais il faut remarquer, que dès que la force aura déjà réduit les corps jusqu'au point, où la pénétration ne feroit plus à craindre, il n'y auroit plus de raifon, pourquoi cette force pourfuivroit les corps au delà, que de dire qu'elle agiroit, déjà quand ils font encore éloignés. Ainfi dans le choc des corps leur impénetrabilité ne fournit toujours

que

que la plus petite force, qui eſt capable de les garantir de la pénétration; & c'eſt ſans doute ſur cette circonſtance, qu'eſt fondé ce principe ſi général, que tous les changemens au monde ſont produits aux moindres dépens qu'il eſt poſſible, ou avec les plus petites forces, qui ſont capables de cet effet.

XXVII. Il en eſt de même de la direction de cette force, laquelle eſt toujours telle, que les corps en ſont le plus promptement détournés de la pénétration. Pour connoitre cette direction, on n'a qu'à s'imaginer que les corps en pourſuivant leur état, ſe pénétrent infiniment peu, de ſorte qu'une partie de l'un ſe plonge dans une partie de l'autre. Cet enfoncement étant infiniment petit, pourra être regardé comme un attouchement; & il eſt clair que pour éviter le plus promptement cette pénétration, la direction de la force doit être perpendiculaire au plan de cet attouchement. Ce qui eſt auſſi parfaitement d'accord tant avec l'expérience qu' avec la Theorie de la Mécanique, par laquelle nous ſavons, que dans le choc de deux corps, la direction de la force, dont ces corps ſe trouvent ſollicités alors, eſt toujours perpendiculaire au plan, par lequel ils ſe touchent mutuellement. De là vient auſſi, que les preſſions des fluides ſur des ſurfaces quelconques ſont toujours perpendiculairement dirigées ſur ces ſurfaces. Car, ſi ces ſurfaces n'étoient pas impénétrables, le fluide les pénétreroit actuellement; puiſque donc c'eſt auſſi l'impénétrabilité, qui empêche la pénetration, il faut pareillement que la direction de la force, qui y agit, ſoit perpendiculaire à la ſurface.

XXVIII. La même choſe arrive quand un corps peſant repoſe ſur une table horizontale, où l'impénétrabilité du corps même eſt en cauſe, qu'il ſe laiſſe ſoutenir; car ſi l'un ou l'autre étoit pénétrable, le corps deſcendroit en paſſant à travers de la table. Mais le corps étant peſant exerce une force égale à ſon poids ſur la table, & celle-ci ſoutenant le corps en repos, il faut que la force, dont la table réagit ſur le corps, ſoit exactement égale à la preſſion du corps; & ſi le corps étoit plus ou moins peſant, la force de l'impénétrabilité de la table ſeroit

feroit plus ou moins grande. D'où l'on voit encore plus évidemment que la force, dont l'impénétrabilité eſt capable, eſt indéterminée en elle même, & qu'elle ne devient déterminée qu'en chaque cas, où elle ſe manifeſte toujours dans un tel degré exactement qu'il faut pour réſiſter à la pénétration, de ſorte qu'elle n'eſt dans chaque cas ni trop grande ni trop petite. Enſuite il eſt auſſi clair de ce cas, que la direction de la force d'impénétrabilité eſt toujours perpendiculaire au plan de l'attouchement.

XXIX. Puisque, dans ce cas que nous venons de conſidérer, la force d'impénetrabilité de la table eſt exactement égale à la force, dont le corps preſſe la table, nous comprenons en général que toujours, lorsque deux corps ſont preſſés l'un contre l'autre, l'impénétrabilité de chacun doit réſiſter à cette preſſion; donc la force, qui réſulte de l'impénétrabilité de l'un, eſt exactement égale à la force, dont l'autre eſt preſſé contre celui-là. Or, puisque la preſſion entre ces deux corps eſt la même de part & d'autre, à cauſe de l'égalité entre l'action & la réaction, il s'enſuit que l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de ces deux corps déploye une même force, qui eſt égale à celle dont les deux corps ſont apprimés enſemble. Ainſi, ſi deux corps A & B ſont preſſés l'un contre l'autre par une force $= f$, le corps A repouſſe le corps B à cauſe de ſon impénétrabilité avec une force $= f$, & réciproquement le corps B à cauſe de ſon impénétrabilité repouſſe le corps A avec la même force $= f$.

XXX. De là je tire cette concluſion générale: ſi deux corps A & B ſe rencontrent en ſorte qu'ils ſe devroient pénétrer, s'ils étoient pénétrables, ce qui ſe feroit par l'endroit, où ils s'attouchent mutuellement; les forces, dont l'un & l'autre reſiſte à la pénétration, feront égales entr'elles & directement oppoſées: car la direction de l'une & de l'autre de ces forces eſt perpendiculaire au plan, par lequel ces corps ſe touchent mutuellement. Ainſi, ſi la force, dont le corps A à cauſe de ſon impénétrabilité agit ſur le corps B, eſt $= f$, de ſorte que f eſt la force requiſe pour empêcher que le corps B ne

 péné-

pénétre par A, le corps B agira à cauſe de ſon impénétrabilité avec une force égale f ſur le corps A, pour empêcher que celui-cy ne pénétre par celui-là. Et dans cet état ces deux corps ſe trouveront preſſés l'un contre l'autre avec la même force $= f$. Et cela eſt vrai, ſoit que les corps ſoient preſſés actuellement enſemble, ou qu'ils ſe rencontrent dans le choc.

XXXI. Cette égalité des forces, d'où dépend le grand principe de l'egalité entre l'action & réaction, eſt une ſuite néceſſaire de la nature de la pénétration. Car, s'il étoit poſſible que le corps A pénétrât le corps B, le corps A ſeroit préciſément autant pénétré par le corps B; donc, puisque le danger que ces corps ſe pénétrent, eſt égal de part & d'autre, il faut auſſi que ces deux corps employent des forces égales pour reſiſter à la pénétration. Ainſi, autant que le corps B eſt ſollicité par le corps A, préciſément autant ſera celui-cy ſollicité par celui-là, l'un & l'autre déployant exactement autant de force qu'il faut pour prévenir la pénétration. Or ces deux corps agiſſant l'un ſur l'autre par une force quelconque, ſe trouveront dans le même état, que s'ils étoient comprimés enſemble par la même force.

XXXII. Nous voyons donc que la ſeule impénétrabilité des corps eſt capable de fournir des forces, par lesquelles l'état des corps peut être changé; & dans les cas où cela arrive, ſi l'on demande, d'où viennent les forces qui cauſent ces changemens, on pourra répondre hardiment que l'impénétrabilité des corps en eſt la véritable ſource. Or je ferai voir que dans le choc des corps, le changement qui arrive dans leur état eſt préciſément le même, que ces forces d'impénétrabilité doivent produire: & partant, partout où nous voyons que l'état des corps ſubit des changemens par le choc ou par la rencontre de deux ou pluſieurs corps, nous ſerons aſſurés que les forces qui ont cauſé ces changemens, ſont préciſément celles, que l'impénétrabilité des corps déploye dans ces rencontres; & on ne ſe trouvera plus embaraſſé à l'égard des forces actives & motrices, par lesquelles quel-

quelques Philoſophes ont voulu expliquer mal à propos ces changemens, qui arrivent dans le choc des corps.

XXXIII. Mais, avant que de déterminer ces changemens par ces principes, pour faire voir, qu'ils ſont d'accord avec la verité, il faut avoir égard à l'état de compreſſion, où les corps ſe trouvent pendant qu'ils agiſſent l'un ſur l'autre. Car, ſi deux corps ſont preſſés enſemble par une force quelque petite qu'elle ſoit, ils en ſouffrent quelque enfoncement, qui ſera d'autant plus grand, moins les corps ſeront durs; & ce ne ſeroient que des corps infiniment durs, qui n'en reçuſſent aucune impreſſion, ou enſoncement. Cet enfoncement ſe fait, quand les parties extérieures des corps, à l'endroit où ils ſe touchent & agiſſent l'un ſur l'autre, cedent à la force de preſſion, ou en dedans, ou à coté, ſelon la nature des corps; tout comme nous voyons que deux globes de terre glaiſe, lorsqu'ils ſe choquent, deviennent applatis à l'endroit de l'attouchement. Cependant on comprend aiſement que cet enfoncement ſe fait, ſans aucune pénétration réelle.

XXXIV. Si la détermination du changement d'état, qui arrive dans le choc des corps, demandoit une connoiſſance parfaite de cet enfoncement, on voit bien, qu'elle ſeroit peut-être impoſſible, & qu'elle ſeroit differente pour chaque eſpece de corps choquans ſelon leur degré de dureté. Mais heureuſement, ſoit que les corps ſoient plus ou moins durs, on n'a qu'à avoir égard à cette circonſtance de ces enfoncemens, s'ils ſe remettent après le choc, ou s'ils demeurent; & en conſéquence de cela on n'a qu'à diſtinguer deux eſpeces principales de corps: l'une qui conſerve les enfoncemens après le choc, l'autre, qui ſe remettent après le choc exactement ſans en conſerver la moindre marque. Les corps de la premiére eſpece ſont nommés ſans reſſort, & ceux de l'autre eſpece à reſſort; & c'eſt ſelon ces differentes eſpeces de corps, que les loix du changement d'état dans le choc des corps varient.

XXXV. Soit que nous conſidérions des corps ſans reſſort, ou à reſſort, le calcul ſera le même pour la premiére moitié du tems que dure le choc. Soient donc deux corps ſpheriques A & B, qui ſe *Fig. I.*

 meu-

meuvent fur la même ligne droite MN dans le même fens, mais que la viteffe du corps A foit plus grande, que celle du corps B avant le choc, de forte que celui-là doit rencontrer celui-cy quelque part. Suppofons que cela arrive pour le premier inftant, quand le centre du premier corps fera en A, & celui de l'autre en B, ce fera donc l'inftant du tems, où le choc commence; car le corps A ayant une plus grande viteffe que le corps B, fi chacun continuoit fon mouvement, ils fe devroient pénétrer l'un l'autre, & c'eft de là que nait l'action mutuelle de ces deux corps, ou leur choc.

XXXVI. Soit avant le choc la viteffe du corps $A = a$, & celle du corps $B = b$, de forte que $a > b$, & ce feront encore leurs viteffes au premier inftant, qu'ils fe rencontrent en A & B, où ils commencent à fe toucher. Ici donc la diftance de leurs centres AB fera égale à la fomme de leurs demi-diametres, & partant nommant le demi-diametre du premier $AC = \alpha$, & de l'autre $BC = \beta$, nous aurons $AB = \alpha + \beta$. Soit après ce commencement écoulé un tems $= t$, où les corps fe trouvent dans la fituation ab, le centre du premier A ayant cependant parcouru l'efpace $Aa = x$, & le centre de l'autre B l'efpace $Bb = y$. Dans cet état donc la diftance des centres ab fera $= AB + Bb - Aa = \alpha + \beta + y - x$; qui fera plus petite que $\alpha + \beta$ à caufe des enfoncemens, que ces corps s'impriment pendant le choc. Il fera donc $x > y$, & fi nous pofons $x - y = z$, cette quantité z marquera la quantité des enfoncemens, ou de combien la diftance des centres ab eft plus petite que AB.

XXXVII. Soit de plus dans cet état la viteffe du corps A en $a = v$, & celle du corps B en $b = u$; & ces viteffes feront déjà differentes de celles avant le choc, a & b, puisque les corps pour empêcher la pénétration ont déjà agi l'un fur l'autre, pendant le tems t: car je fuppofe que cette action mutuelle dure encore, & que la viteffe v du corps A furpaffe encore la viteffe u du corps B, de forte que les corps font encore obligés d'agir l'un fur l'autre pour prévenir la pénétration. Dans cet état donc, foit la force, avec laquelle ces deux

corps

corps agissent l'un sur l'autre $=$ P, & puisque le plan de l'attouchement de est perpendiculaire à la droite MN, le corps A en a sera sollicité par cette force P selon la direction ca, & le corps B en b sera poussé par la même force P selon la direction cb.

XXXVIII. Puisque les corps sont pressés l'un contre l'autre par une force égale à P, leur enfoncement en deviendra plus grand, & comme la distance de leurs centres ab étoit à présent $= \alpha + \beta - z$; après l'elément du tems dt elle deviendra encore plus petite, savoir $= \alpha + \beta - z - dz$. Donc il faut que la force P soit précisément si grande, qu'en agissant sur les corps elle réduise dans le tems dt leurs centres à cette distance $\alpha + \beta - z - dz$: car si cette force P étoit plus petite, les corps s'approcheroient d'avantage, & se pénétreroient par conséquent en quelque partie, ce qui seroit impossible; & puisque cette force P ne se manifeste que pour empêcher la pénétration, elle ne sauroit être plus grande, qu'il ne faut pour cet effet; & partant elle ne réduira point les centres des corps à une plus grande distance que $\alpha + \beta - z - dz$. Ce sera donc de là que la force P, qui resulte de l'impénétrabilité des corps, tire sa détermination.

XXXIX. Pour trouver donc sa juste valeur, nous n'avons qu'à employer les principes de la Mecanique. Soit donc la masse du corps A $=$ A & celle du corps B $=$ B, & on fait que les vitesses v & u de ces deux corps seront par la force P dans le tems dt altérées comme il suit:

$$A\,dv = -P\,dt \quad \& \quad B\,du = P\,dt$$

Car le corps A en a étant poussé par cette force en arriére, sa vitesse en sera diminuée, ou son differentiel deviendra negatif. Au contraire l'autre corps B en b étant poussé par cette force suivant la direction de son mouvement, sa vitesse en sera accélerée.

XL. Ici il est d'abord clair qu'en ajoutant ces deux équations on aura $A\,dv + B\,du = o$, & partant en intégrant $Av + Bu =$ Const., équation qui est indépendante de la force P, & qui auroit également lieu, quand même cette force n'auroit pas sa grandeur déterminée

minée, que l'évitation de la pénétration exige. Donc à chaque instant que dure le choc, la valeur de cette expression $Av + Bu$ sera toujours la même, & partant aussi égale à celle, qui lui convient au commencement du choc. Or la valeur de cette expression étant alors $= Aa + Bb$, il sera à tous les instans que dure le choc $Av + Bu = Aa + Bb$, & cette équation aura aussi lieu à la fin du choc, de sorte que si v & u marquent les vitesses des corps après le choc, il soit aussi $Av + Bu = Aa + Bb$, ce qui est une propriété généralement reconnue dans tous les chocs de corps: & qui est comprise dans ce grand principe, que le mouvement du centre commun de gravité n'est pas altéré par l'action, que les corps soutiennent dans le choc.

XLI. Mais cette équation n'étant pas suffisante à nous découvrir les deux inconnues v & u, il faut avoir recours à nos deux formules differentielles, que nous venons de trouver; & puisqu'il s'agit de déterminer la vraie valeur de la force P par le differentiel de l'enfoncement dz, nous n'avons qu'à introduire au lieu de l'élément du tems dt les differentiels des espaces parcourus dx & dy. Or il est démontré que nous aurons $dx = v\,dt$ & $dy = u\,dt$, ou bien $dt = \frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$; & partant $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$. Ces valeurs étant substituées nous aurons ces équations:

$$A v\,dv = -P\,dx \quad \& \quad B u\,du = P\,dy$$

D'où nous obtiendrons pour P les valeurs suivantes, qui feront équivalentes entr'elles:

$$P = \frac{-Av\,dv}{dx}; \qquad P = \frac{Bu\,du}{dy}$$

$$\text{ou } P = \frac{-Au\,dv}{dy}; \qquad P = \frac{Bv\,du}{dx}$$

XLII. Mais ces formules renfermant des differentiels ne servent encore rien à la connoissance de la force P; pour y parvenir, il faut

tacher

tacher de parvenir encore à une équation integrale. Pour cet effet la somme de nos dernieres formules donne $Av\,dv + Bu\,du = -P\,dx + P\,dy$, & à cause de $dx - dy = dz$ il sera:

$$Av\,dv + Bu\,du = -P\,dz$$

Où P étant multiplié par dz le differentiel de la quantité z, qui marque la grandeur de l'enfoncement, la formule $P\,dz$ peut être regardée comme le differentiel d'une certaine fonction de z: & partant nous aurons en intégrant $Avv + Buu =$ Const. $- 2\int P\,dz$, & puisque au commencement du choc il est $z = o$, & partant aussi $2\int P\,dz = o$; & de plus $v = a$ & $u = b$, il sera:

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb - 2\int P\,dz$$

& P sera une telle force, qui est capable de comprimer les corps ensemble jusqu'à l'enfoncement $= z$.

XLIII. Appliquons maintenant ces formules séparément à l'une & l'autre espece des corps. Supposons donc premiérement, que les corps soient entierement sans ressort, & il est d'abord clair que ces corps cesseront d'agir l'un sur l'autre, dès qu'ils auront acquis des vitesses égales selon la même direction MN. Car alors ni l'un ni l'autre ne fera plus le moindre effort de pénétrer dans l'autre, puisque les enfoncemens qu'ils se sont induits demeurent invariables, tout comme si les corps avoient eu toujours cette figure. Or dès que les efforts de se pénétrer mutuellement cessent, aussi doit cesser l'action mutuelle des corps, & partant le choc sera fini; de sorte que tous les deux corps continueront dès ce moment leurs états, où ils auront été réduits par le choc.

XLIV. Soit donc pour la fin du choc des corps sans aucun ressort $v = u$, de sorte que v ou u marquera la vitesse commune des corps après le choc, & nous n'aurons qu'à combiner cette équation $v = u$ avec celle que nous avons trouvée ci dessus.

$$Av + Bu = Aa + Bb$$

&

& de là nous tirerons $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$, ce qui eſt la formule généralement reconnue pour la communication du mouvement dans le choc des corps ſans reſſort. Par conſéquent il eſt clair que le changement d'état, que les corps ſans reſſort ſouffrent dans le choc, eſt uniquement cauſé par la force de l'impénétrabilité de ces corps, & qu'il n'en faut pas chercher ailleurs la cauſe. On remarquera outre cela que cette régle ne dépend nullement, ni du degré de dureté des corps, ni de la quantité des forces, dont ces corps agiſſent l'un ſur l'autre pendant le choc; & comme ces forces dépendent principalement du degré de dureté, il eſt d'autant plus remarquable qu'elles produiſent toujours le même effet, quelque grandes ou petites qu'elles puiſſent être.

XLV. Pour les corps à reſſort, il faut remarquer que leur choc ne ceſſe point dès qu'ils auront acquis une commune viteſſe, quoiqu'il ſemble qu'ils puiſſent alors continuer leur mouvement ſans ſe pénétrer. Car, dès qu'ils ceſſeroient dans cet état d'agir l'un ſur l'autre, rien n'empêcheroit que leurs enfoncemens ne ſe reſtituaſſent, ce qui ne pourroit ſe faire, ſans que les corps ſe pénétraſſent. C'eſt donc pour reſiſter à cette pénétration, que les corps ſont obligés d'agir plus longtems l'un ſur l'autre, & cette action réciproque durera tant que la figure des corps ne ſoit entiérement rétablie, c'eſt à dire juſqu'à ce qu'il redevienne $z = o$. Or ſi $z = o$, il deviendra auſſi $\int P dz = o$, & partant pour la fin du choc des corps à reſſort on aura cette équation

$$Auu + Buu = Aaa + Bbb$$

qui étant jointe avec la premiere $Av + Bu = Aa + Bb$ donnera pour les viteſſes des corps après le choc; $v + a = u + b$ & partant

$$v = \frac{2Bb + (A - B)a}{A + B} \quad \& \quad u = \frac{2Aa - (A - B)b}{A + B}$$

XLVI. Ce ſont auſſi les formules généralement reconnuës pour le changement du mouvement dans le choc des corps à reſſort parfait, où il eſt encore remarquable, que la quantité des forces, qui ont produit ce changement, eſt auſſi évanouie du calcul. Et partant, tant dans le choc des corps ſans reſſort, que dans celui des corps à reſſort, il eſt clair que les changemens, que les corps y ſouffrent, ne ſont produits que par leurs forces d'impénétrabilité. On conviendra auſſi ſans difficulté, que quoique je n'aye conſidéré ici que des corps ſphèriques, qui ſe choquent directement, le même accord ne ſauroit manquer, ſi je voulois appliquer ces mêmes principes à des corps non ſphèriques, & qui ſe choquaſſent obliquement: de ſorte qu'il ne reſte aucun doute, que généralement dans tous les chocs des corps, le changement d'état, qui y arrive, ne ſoit cauſé par les ſeules forces, qui réſultent néceſſairement de l'impénétrabilité.

XLVII. Pour la force abſoluë P, qui agit pendant le choc, il n'eſt pas poſſible de la déterminer, ſans qu'on ſache ſon rapport avec la quantité de l'enſoncement z. Or dans la plupart des cas on ne ſe trompera pas ſenſiblement, ſi l'on ſuppoſe cette force P proportionelle à z, en faiſant $P = Dz$: car tant que les enfoncemens ſont extrémement petits, comme il arrive preſque toujours, les forces requiſes pour réduire les corps à ces enſoncemens, feront à peu près dans la même raiſon que ces enſoncemens mêmes. Enſuite poſant $P = Dz$ la lettre D marquera une quantité, qui dépend du degré de dureté des corps; car plus les corps ſeront durs, & plus doit être grande la force, qui eſt capable de leur imprimer un certain enfoncement z.

XLVIII. Si nous voulons ramener cette quantité D à des meſures tout à fait connuës, nous n'avons qu'à recourir à une expérience. Soit donc F une force, par laquelle on preſſe les deux corps en queſtion ou deux ſemblables l'un contre l'autre, & qu'on meſure exactement l'enfoncement, qui en ſera produit, ſuppoſant que cet enfoncement pénétre à la profondeur $= k$; & de là on conclura, que pour produi-

re un enfoncement $= z$, il faut une force $= \frac{Fz}{k}$: nous aurons donc $P = \frac{Fz}{k}$, & puisque $2\int P\,dz = \frac{Fzz}{k}$, l'équation du §. 42. prendra cette forme :

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k}$$

Or pour avoir des termes homogenes, il faut prendre pour aa, bb, vv & uu le double des hauteurs, d'où un corps grave en tombant acquiert ces viteſſes.

XLIX. Cette équation donc ſervira à déterminer pour chaque inſtant du tems, que le choc dure, la vraye valeur de z, & de là celle de la force $P = \frac{Fz}{k}$. Or l'inſtant le plus remarquable ſera celui, où l'enfoncement, & partant auſſi la force, eſt la plus grande, pour trouver jusqu'à quel point les corps ſont preſſés l'un contre l'autre pendant le choc ; ou pour trouver la plus grande force que l'impénétrabilité eſt obligée de déployer pour empêcher la pénétration. Mais pour ce moment il y a $v = u$, & à cauſe de $Av + Bu = Aa + Bb$ il ſera $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$. Subſtituons donc cette valeur dans l'équation ſuperieure, & nous obtiendrons :

$$\frac{(Aa + Bb)^2}{A + B} = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k} \text{ ou bien}$$

$$\frac{Fzz}{k} = \frac{AB(a-b)^2}{A+B} : \text{ donc } P = (a-b)\sqrt{\frac{F}{k} \cdot \frac{AB}{A+B}}$$

L. De cette formule je pourrois bien tirer pluſieurs Corollaires remarquables, comme que la force P, & partant auſſi l'enfoncement z, eſt en raiſon ſimple de la viteſſe relative $a - b$ dont les corps ſe choquent

quent mutuellement; mais puisque j'ai dévelopé cette matiere plus amplement dans ma Piece ſur la comparaiſon entre le choc & la preſſion, je me borne ici en remarquant, que s'il y avoit des corps parfaitement durs, la force qui agit dans leur choc, devroit être infinie. Car ſur un corps parfaitement dur une force F ne ſauroit produire la moindre impreſſion, il ſeroit donc $k = o$, & partant dans le choc il ſeroit auſſi $z = o$, ou les corps n'y recevroient aucun enfoncement; cependant la force $P = (a-b) \sqrt{\frac{F}{k}} \cdot \frac{AB}{A+B}$ deviendroit néanmoins infiniment grande. Peut-être cela ſuffit-il pour prouver, qu'il n'y a point des corps parfaitement durs au monde.

LI. Outre le choc des corps, il y a encore d'autres rencontres où l'état des corps devient changé, & cet effet eſt attribué à des forces qu'on nomme centrifuges. Je ferai donc voir que ces forces centrifuges tirent également leur origine de l'impénétrabilité des corps: or tous les cas, où l'état des corps eſt changé par des forces contrifuges, ſe réduiſent aiſément à celui-ci. Soit un corps, qui *Fig. II.* ayant parcouru avec une certaine viteſſe la ligne droite M A, rencontre en A une ſurface voûtée AY, ſuivant laquelle le corps eſt obligé de courber ſon chemin, & partant de quitter la direction, qu'il devroit ſuivre en vertu de ſon inertie. Dans ce cas on ſait, abſtraction faite du frottement, que ce corps continuera ſon mouvement en conſervant la même viteſſe, mais qu'il changera continuellement de direction ſuivant la courbe de la voûte A Y; & qu'il la preſſera partout avec une certaine force proportionelle à la courbure; & c'eſt cette force qu'on nomme centrifuge.

LII. Pour montrer maintenant que cet effet eſt tout à fait conforme à nos principes fondés ſur l'impénétrabilité, nous n'avons qu'à conſidérer, que ſi la voûte, ou le corps, étoit pénétrable, le corps pénétreroit la voûte, & pourſuivroit ſa route uniformément ſelon la ligne droite AX: ce n'eſt donc que l'impénétrabilité, qui s'oppoſe

 à la

à la pourſuite de ce mouvement. Suppoſons que le corps ſoit parvenu en Y, & que la direction de ſon mouvement ſoit ſelon la tangente de la voûte en Y ; or s'il continuoit de ſe mouvoir ſelon cette direction, il ſe plongeroit bientot dans la voûte: donc, pour réſiſter à cette pénétration, la voûte exercera ſur le corps une certaine force, & le corps réciproquement une pareille force contre la voûte, qui ſera contraire à cella là ; & la direction de l'une & de l'autre ſera perpendiculaire au plan de l'attouchement, & partant ces forces ſeront perpendiculaires à la tangente de la voûte au point Y.

LIII. Soit P cette force de preſſion, dont le corps en Y eſt ſollicité ſuivant la direction Y O perpendiculaire à la voûte, & la voûte en ſera à ſon tour preſſée dans la direction contraire par une force $= P$. Cette force P ſera préciſément de la grandeur, qu'il faut pour empêcher la pénétration, & partant elle ne ſera plus qu'obliger le corps de courber tant ſoit peu ſa route pour ſuivre la courbure de la voûte; car dès que le danger de la pénétration eſt prévénu, cette force n'agit plus ſur le corps, de ſorte qu'il ne ſera pas forcé de quitter la ſurface de la voûte. Donc ſachant d'avance le cours, que ce corps doit tenir, il s'agit de déterminer ſa viteſſe à chaque point Y de la voûte, & la force, dont ſon état de mouvement eſt troublé partout; ou ce qui revient au même, il faut chercher la force, dont ce corps preſſera la ſurface à chaque endroit, par où il paſſe.

LIV. Soit $\mathcal{V}a$ la viteſſe du corps, avant qu'il arrive ſous la voûte en A, ſuppoſant que MA ſoit une tangente de la voûte en A ; où a marque la hauteur d'une chute d'où un corps peſant acquiert une ſemblable viteſſe. Soit pareillement $\mathcal{V}v$ la viteſſe de ce même corps, lorsqu'il eſt parvenu en Y ; & prenant la droite AX pour axe, qu'on y tire de Y la perpendiculaire YX, ſoient ces coordonnées $AX = x$ & $XY = y$ & l'arc $AY = s$. Cela poſé, décompoſons le mouvement du corps ſelon la tangente en Y, en deux dont l'un ſoit ſuivant Yx parallele à AX & l'autre ſuivant Yy; & la viteſſe ſelon Yx ſera

$= dx$

$= \frac{dx}{ds}\sqrt{v}$ & la viteſſe ſelon Y y ſera $= \frac{dy}{ds}\sqrt{v}$, où il faut remarquer que $ds^2 = dx^2 + dy^2$. De la même maniere décompoſons ſelon ces mêmes directions la force P, qui ſollicite le corps ſelon la direction Y O perpendiculaire à la courbe, & on trouvera la force ſelon Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P & la force ſelon Y $y = \frac{dx}{ds}$ P.

LV. Poſant à preſent la maſſe du corps $=$ A, puisque ſon mouvement ſelon Y x eſt retardé par la force Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt avec ce mouvement l'eſpace dx, ſa viteſſe étant $\frac{dx}{ds}\sqrt{v}$, & la hauteur qui répond $= \frac{v\,dx^2}{ds^2}$, les principes de la Mécanique nous fourniront cette égalité :

$$A\,d\,.\,\frac{v\,dx^2}{ds^2} = -\frac{dy}{ds}\,P.\,dx = -\frac{P\,dx\,dy}{ds}$$

De la même maniere le mouvement ſelon Yy étant acceleré par la force Y$y = \frac{dx}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt l'élément répondant dy avec la viteſſe $\frac{dy}{ds}\sqrt{v}$, qui eſt duë à la hauteur $\frac{v\,dy^2}{ds^2}$, l'acceleration ſera

$$A\,d\,.\,\frac{v\,dy^2}{ds^2} = \frac{dx}{ds}\,P\,.\,dy = \frac{P\,dx\,dy}{ds}.$$

LVI. Ajoutons enſemble ces deux équations, que nous venons de trouver, pour avoir :

$$A\,d\,.\,\frac{v\,dx^2}{ds^2} + A\,d\,.\,\frac{v\,dy^2}{ds} = o$$

ou bien $A\,d\,.\left(\frac{v\,dx^2}{ds^2} + \frac{v\,dy^2}{ds^2}\right) = o$

Or

Or ayant $dx^2 + dy^2 = ds^2$ cette équation se réduit à $A\,dv = o$, ou $dv = o$, d'où nous voyons que v, & partant aussi la vitesse du corps est par tout la même, elle sera donc égale à la vitesse, dont le corps commence à suivre la voûte; qui étant supposée $= \sqrt{a}$, nous aurons $v = a$ & $\sqrt{v} = \sqrt{a}$. Voilà donc déjà la premiere propriété de ce mouvement, qui est démontrée ailleurs, c'est que le corps conservera toujours la même vitesse en glissant selon la direction de la voute.

LVII. Ayant donc trouvé $v = a$, la seconde équation donnera $A\,d.\frac{a\,dy^2}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$. Prenons l'élément de la courbe ds pour constant, & nous aurons:

$$\frac{2\,A\,a\,dy\,ddy}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$$

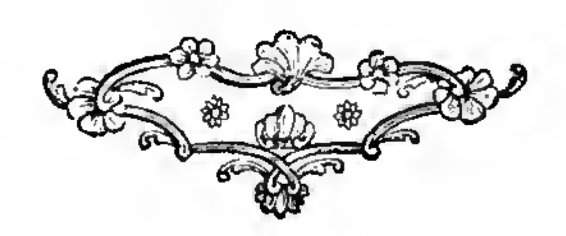
d'où nous tirons la force $P = \frac{2\,A\,a\,ddy}{dx\,ds}$. Or on sait que $\frac{dx\,ds}{ddy}$ exprime le rayon de courbure au point Y. Nommant donc ce rayon de courboure Y O $= r$, à cause de $r = \frac{dx\,ds}{ddy}$ il sera $P = \frac{2\,A\,a}{r}$. Et c'est précisément la même formule, que la Mécanique fournit pour exprimer la force centrifuge d'un corps, qui est obligé de se mouvoir dans une ligne courbe. Par conséquent il est démontré que toutes les forces centrifuges doivent également leur origine à l'impénétrabilité des corps.

LVIII. Ayant déjà remarqué, que tous les corps au monde sont assujettis à des changemens continuels par rapport à leur état ou de repos ou de mouvement; s'il étoit vrai, comme Descartes & quantité d'autres Philosophes l'ont soutenu, que tous les changemens, qui arrivent aux corps, proviennent ou du choc des corps, ou des forces nommées centrifuges; nous serions à present tout à fait éclaircis

sur

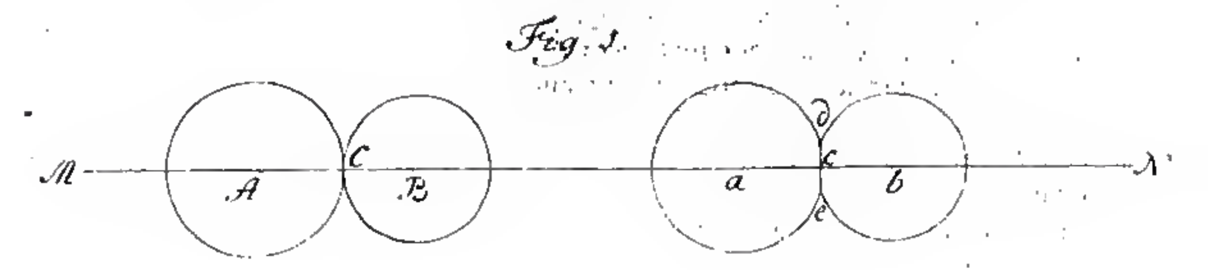
ſur l'origine des forces, qui opérent tous ces changemens, & nous pourrions dire avec une pleine conviction, que toutes ces forces réſultent de l'impénétrabilité, & qu'il n'en exiſte même d'autres au monde, que celles que fournit l'impénétrabilité des corps, & dont l'exiſtence & la maniere d'agir vient d'être miſe hors de doute. Je crois même que le ſentiment de Deſcartes ne ſera pas médiocrement fortifié par ces réfléxions; car ayant retranché tant de forces imaginaires, dont les Philoſophes ont brouillé les premiers principes de la Phyſique, il eſt très probable que les autres forces d'attraction, d'adhéſion &c. ne ſont pas mieux fondées.

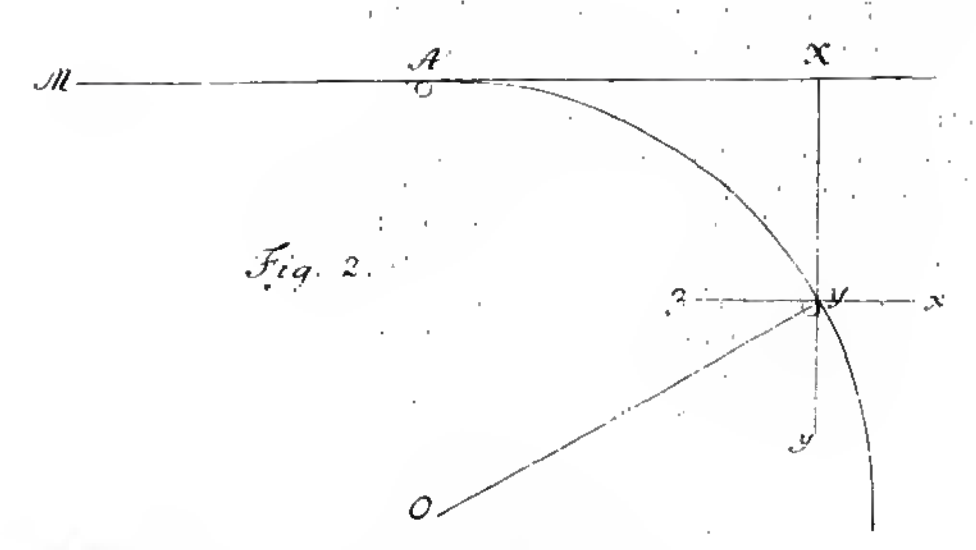
LIX. Car quoique perſonne n'ait encore été en état de démontrer évidemment la cauſe de la gravité & des forces dont les corps celeſtes ſont ſollicités, par le choc ou quelque ſorce centrifugue; il ſaut pourtant avouer que perſonne n'en a non plus démontré l'impoſſibilité. Et il paroit plutôt probable que tous ces corps, étant environnés ſans contredit d'une matiere ſubtile, en ſont auſſi mis en mouvement, quoique nous n'en ſachions point la maniere. Or que deux corps éloignés entr'eux par un eſpace entiérement vuide s'attirent mutuellement par quelque ſorce, ſemble auſſi étrange à la raiſon, qu'il n'eſt prouvé par aucune expérience. A l'exception donc des forces, dont les eſprits ſont peut-être capables d'agir ſur les corps, lesquelles ſont ſans doute d'une nature tout à fait differente, je conclus qu'il n'y a point d'autres forces au monde que celles, qui tirent leur origine de l'impénétrabilité des corps.



MÉMOI-

Planche I. Classe de Phil. Spec. ad pag. 316.





Mem. de l'Acad. Tom. VI. pag. 443.